

10. Sınıf Matematik 1. Dönem 1. Yazılıya Hazırlık Soruları — Cevap Anahtarı

1. (10 puan) Bir ABC dik üçgeninde $m(B) = 90^\circ$ 'dir. $\tan(A) = 1/2$ ve $\sin(C) = 2/\sqrt{5}$ olduğuna göre, $|BC| = 6$ birim ise $|AC|$ uzunluğu kaç birimdir?

A) $6\sqrt{5}$ ✓

Çözüm: ABC dik üçgeninde $m(B)=90^\circ$ verildiğine göre, $\tan(A) = |BC|/|AB| = 1/2$ olur. $|BC|=6$ birim olarak verildiğinden, $6/|AB| = 1/2$ ise $|AB|=12$ birim bulunur. Pisagor teoremi uygulandığında $|AC|^2 = |AB|^2 + |BC|^2 = 12^2 + 6^2 = 144 + 36 = 180$. Buradan $|AC| = \sqrt{180} = 6\sqrt{5}$ birim bulunur. Ayrıca $\sin(C) = |AB|/|AC| = 12/(6\sqrt{5}) = 2/\sqrt{5}$ olduğu için verilen bilgiyle tutarlıdır.

Kazanım: Trigonometrik oranları ve Pisagor bağıntısını kullanarak dik üçgende kenar uzunluğu hesaplama [Uygulama]

2. (10 puan) $(\sin(x) + \cos(x))^2 - 2\sin(x)\cos(x)$ ifadesinin en sade hali aşağıdakilerden hangisidir?

A) 1 ✓

Çözüm: İfadeyi açarsak: $(\sin(x) + \cos(x))^2 - 2\sin(x)\cos(x) = (\sin^2(x) + 2\sin(x)\cos(x) + \cos^2(x)) - 2\sin(x)\cos(x)$. Temel trigonometrik özdeşlik olan $\sin^2(x) + \cos^2(x) = 1$ 'i kullanarak, ifade $1 + 2\sin(x)\cos(x) - 2\sin(x)\cos(x) = 1$ olur.

Kazanım: Trigonometrik özdeşlikleri kullanarak cebirsel ifadeleri sadeleştirme [Uygulama]

3. (10 puan) ABC bir üçgen olsun. [AD] kenarortay, [BE] kenarortay ve G ağırlık merkezi olsun. $|AD| = 15$ birim, $|BE| = 12$ birim ve $|AB| = 10$ birim olarak verildiğinde, $|GD| + |GE|$ uzunluklarının toplamı kaç birimdir?

C) 9 ✓

Çözüm: Ağırlık merkezi kenarortayları 1:2 oranında böler. $|GD| = 1/3 * |AD| = 1/3 * 15 = 5$ birim. $|GE| = 1/3 * |BE| = 1/3 * 12 = 4$ birim. Toplam $|GD| + |GE| = 5 + 4 = 9$ birim.

Kazanım: Üçgende ağırlık merkezi ve kenarortay oranlarını kullanarak uzunluk hesaplama [Uygulama]

4. (10 puan) ABC bir üçgen olmak üzere, A köşesinden çizilen iç açıortay [AD], BC kenarını D noktasında kesmektedir. $|AB| = 12$ birim, $|AC| = 15$ birim ve $|BC| = 18$ birimdir. D noktasından [AB] kenarına indirilen dikmenin uzunluğu ile D noktasının [AC] kenarına olan uzaklığının oranı kaçtır?

A) 1 ✓

Çözüm: Açıortay üzerindeki herhangi bir noktanın, açıortayın oluşturduğu iki kola olan dik uzaklıkları birbirine eşittir. D noktası [AD] açıortayı üzerinde olduğu için, D'den [AB] kenarına indirilen dikme ile D'den [AC] kenarına indirilen dikme uzunlukları birbirine eşittir. Dolayısıyla oran 1'dir.

Kazanım: Açıortayın özelliklerini geometrik problemlerde uygulama ve yorumlama becerisi [Anlama]

5. (10 puan) Bir ABC üçgeninde $|AB| = 8$ cm, $|AC| = 10$ cm ve $m(\angle BAC) = 60^\circ$ dir. Buna göre, $|BC|$ uzunluğu kaç santimetredir?

A) $2\sqrt{21}$ ✓

Çözüm: Kosinüs teoremi kullanılır: $|BC|^2 = |AB|^2 + |AC|^2 - 2|AB||AC|\cos(\angle BAC)$. $|BC|^2 = 8^2 + 10^2 - 2(8)(10)\cos(60^\circ)$. $|BC|^2 = 64 + 100 - 160(1/2) = 164 - 80 = 84$. $|BC| = \sqrt{84} = 2\sqrt{21}$ cm.

Kazanım: Kosinüs teoremini kullanarak üçgende kenar uzunluğu hesaplama [Uygulama]

6. (10 puan) Bir ABC üçgeninde $|AB| = 5$ birim, $|AC| = 8$ birim ve $m(\angle BAC) = 120^\circ$ dir. A köşesinden çizilen iç açıortay BC kenarını D noktasında kesmektedir. ADC üçgeninin çevrel çemberinin yarıçapı R_1 , ABD üçgeninin çevrel çemberinin yarıçapı R_2 olduğuna göre, R_1 / R_2 oranı kaçtır?

B) $8/5$ ✓

Çözüm: Üçgenin iç açıortay teoremine göre, A köşesinden çizilen iç açıortay karşı kenarı komşu kenarların uzunlukları oranında böler. Bu durumda $|BD| / |DC| = c / b = 5 / 8$ olur. Sinüs teoremi gereğince her iki küçük üçgen için çevrel çember yarıçapları $R_1 = |DC| / (2 * \sin(60^\circ))$ ve $R_2 = |BD| / (2 * \sin(60^\circ))$ şeklinde yazılır. Bu iki ifade oranlandığında $\sin(60^\circ)$ değerleri sadeleşir ve $R_1 / R_2 = |DC| / |BD| = 8 / 5$ bulunur.

Kazanım: Sinüs ve açıortay teoremlerini geometrik problemlerde uygulama ve oran kurma becerisi [Uygulama]

7. (10 puan) Bir belediye, ilçedeki vatandaşların 'ulaşım tercihi' (Toplu Taşıma, Özel Araç) ile 'yaş grubu' (Genç, Yetişkin) arasındaki ilişkiyi incelemektedir. Yapılan ankette şu veriler elde edilmiştir:

- Ankete katılan toplam 200 kişiden 80'i gençtir.
- Toplu taşımayı tercih eden toplam 110 kişi vardır.
- Özel aracı tercih eden yetişkin sayısı 50'dir.

Bu verilere göre oluşturulacak 'Yaş Grubuna Göre Ulaşım Tercihi' satır koşullu göreceli sıklık tablosunda, yetişkinlerin yüzde kaçının toplu taşımayı tercih ettiği görülür?

C) $58,3$ ✓

Çözüm: Verileri iki yönlü frekans tablosuna yerleştirelim:

1. Toplam = 200, Genç = 80 ise Yetişkin = $200 - 80 = 120$ 'dir.
2. Özel Araç tercih eden Yetişkin = 50 olarak verilmiş.
3. Yetişkin satırında; Toplam Yetişkin (120) = Toplu Taşıma Seçen Yetişkin + Özel Araç Seçen Yetişkin (50). Buradan Toplu Taşıma Seçen Yetişkin = $120 - 50 = 70$ bulunur.
4. Soru 'Yetişkinlerin yüzde kaçının toplu taşımayı tercih ettiğini' (satır koşullu göreceli sıklık) sormaktadır.
5. Hesaplama: $(\text{Toplu Taşıma Seçen Yetişkin} / \text{Toplam Yetişkin}) * 100 = (70 / 120) * 100 = 7/12 * 100 \approx \%58,33$.

Kazanım: İki yönlü frekans tablolarını kullanarak koşullu olasılık ve göreceli sıklık hesaplama [Uygulama]

8. (10 puan) Bir araştırmacı, lise öğrencilerinin 'günlük internet kullanım süresi' (Düşük, Yüksek) ile 'sosyal aktiviteye katılım durumu' (Katılıyor, Katılmıyor) arasındaki ilişkiyi incelemektedir. Toplanan verilerle oluşturulan iki yönlü sıklık tablosunda; düşük internet kullanan 60 öğrenciden 45'inin sosyal aktiviteye katıldığı, yüksek internet kullanan 40 öğrenciden ise sadece 10'unun sosyal aktiviteye katıldığı görülmüştür. Bu veriler 'satır koşullu görelî sıklık tablosuna' dönüştürüldüğünde, yüksek internet kullananlar satırında 'sosyal aktiviteye katılmayanların' görelî sıklık değeri (x) ve tüm öğrenciler içinde 'düşük internet kullanan sosyal aktiviteye katılanların' oranı (y) aşağıdakilerden hangisinde doğru verilmiştir?

B) $x = 0,75$; $y = 0,45$ ✓

Çözüm: 1. Adım: Verileri tabloya yerleştirelim. Düşük İnternet (Dİ): 45 Katılıyor (K), 15 Katılmıyor (KM), Toplam 60. Yüksek İnternet (Yİ): 10 Katılıyor (K), 30 Katılmıyor (KM), Toplam 40. Genel Toplam: 100 öğrenci. 2. Adım: x değerini bulalım. Yüksek internet kullananlar satırında (toplam 40 kişi) katılmayanların (30 kişi) oranı: $x = 30/40 = 0,75$. 3. Adım: y değerini bulalım. Tüm öğrenciler içinde (toplam 100 kişi) düşük internet kullanan sosyal aktiviteye katılanların (45 kişi) oranı: $y = 45/100 = 0,45$. Sonuç: $x = 0,75$ ve $y = 0,45$.

Kazanım: İki yönlü sıklık tablolarını kullanarak görelî sıklık ve oran hesaplama [Uygulama]

9. (10 puan) Bir ABC üçgeninde a, b, c kenar uzunluklarıdır. $a / \sin(A) = 8$ ve $\sin(B) = 3/4$ olduğuna göre, b kenarının uzunluğu kaç birimdir?

B) 6 ✓

Çözüm: Sinüs teoremine göre bir üçgende kenar uzunluklarının karşısındaki açılarının sinüslerine oranı sabittir: $a / \sin(A) = b / \sin(B) = c / \sin(C)$. Verilen ifadede $a / \sin(A) = 8$ olduğundan $b / \sin(B) = 8$ yazılabilir. Buradan $b = 8 * \sin(B) = 8 * (3/4) = 6$ birim bulunur.

Kazanım: Sinüs teoremini kullanarak bilinmeyen kenar uzunluğunu hesaplama [Uygulama]

10. (10 puan) İki kategorik değişkenli verilere ait oluşturulan iki yönlü tablolarda, hücrelerde yer alan frekanslar ile tablo kenarlarındaki toplam frekanslar farklı yapıları temsil eder. Buna göre, bu tablolardaki marjinal sıklıklar ile ilgili aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

A) Sadece bir değişkenin kategorilerine ait toplam gözlem sayısını gösterir. ✓

Çözüm: İki yönlü sıklık tablolarında hücrelerin içindeki değerler ortak frekansları gösterirken, satır ve sütunların kenarlarındaki toplam değerler (marjinal sıklıklar) diğer değişkenden bağımsız olarak sadece o tekil değişkenin kategorilerine ait toplam gözlem sayısını ifade eder.

Kazanım: İki yönlü tablolardaki marjinal sıklıkların anlamını kavrama [Anlama]

Belirtke Tablosu

Konu	Anlama	Uygulama	Toplam
Dik Üçgende Trigonometrik Oranlar ve Özdeşlikler		2	2
Üçgende Yardımcı Elemanlar ve Aralarındaki İlişkiler	1	1	2
Sinüs ve Kosinüs Teoremleri		3	3
İki Kategorik Değişkenli İstatistiksel Veri Analizi	1	2	3
Toplam	2	8	10

Kapsanan kazanımlar

- Trigonometrik oranları ve Pisagor bağıntısını kullanarak dik üçgende kenar uzunluğu hesaplama
- Trigonometrik özdeşlikleri kullanarak cebirsel ifadeleri sadeleştirme
- Üçgende ağırlık merkezi ve kenarortay oranlarını kullanarak uzunluk hesaplama
- Açortayın özelliklerini geometrik problemlerde uygulama ve yorumlama becerisi
- Kosinüs teoremini kullanarak üçgende kenar uzunluğu hesaplama
- Sinüs ve açortay teoremlerini geometrik problemlerde uygulama ve oran kurma becerisi
- İki yönlü frekans tablolarını kullanarak koşullu olasılık ve görelilik hesaplaması
- İki yönlü sıklık tablolarını kullanarak görelilik ve oran hesaplama
- Sinüs teoremini kullanarak bilinmeyen kenar uzunluğunu hesaplama
- İki yönlü tablolardaki marjinal sıklıkların anlamını kavrama